

Conférence d'inauguration de la Fédération de Mathématiques de CentraleSupélec

Wasilij Barsukow. Beyond Godunov's method: new structure preserving numerical methods for conservation laws.

Exact solutions to systems of conservation laws in multiple spatial dimensions often possess interesting additional properties which are a consequence of the equations. Examples are the evolution equations of vorticity or angular momentum, involutorial constraints, stationary states or singular limits. A popular way to derive numerical methods for conservation laws (due to Godunov) approximates the solution by a piecewise constant function. This way, numerical diffusion is introduced which stabilizes the method, but generically prevents it from preserving any of those additional properties on grids with finite spacing (it is not "structure-preserving"). Excessive grid refinement, however, is expensive and impractical. Active Flux is a new kind of numerical method which uses a globally continuous approximation of the solution. The evolution of the averages is conservative, and the method is able to resolve shocks correctly. Its centerpiece is a short-time evolution of continuous data which provides the necessary upwinding and stability. The talk will describe this numerical method and show examples of it being naturally structure preserving.

Elise Bonhomme. Discrete approximation of the Griffith functional.

This joint work with Jean-François Babadjian is devoted to show a discrete adaptive finite element approximation result for the isotropic two-dimensional Griffith energy arising in fracture mechanics. The problem is addressed in the geometric measure theoretic framework of generalized special functions of bounded deformation which corresponds to the natural energy space for this functional. It is proved to be approximated in the sense of Γ -convergence by a sequence of integral functionals defined on continuous piecewise affine functions. The main feature of this result is that the mesh is part of the unknown of the problem, and it gives enough flexibility to recover isotropic surface energies. I will start with an introduction of the Griffith energy, then I will present our main result and try to make you intuit some of the main ideas of its proof.

Charles-Edouard Bréhier. Schémas préservant l'asymptotique pour des équations différentielles stochastiques multi-échelles.

On étudie des systèmes d'équations différentielles stochastiques multi-échelles, gouvernés par plusieurs échelles de temps. Alors que des résultats théoriques de moyennisation, d'homogénéisation ou d'approximation diffusion prouvent la convergence de la composante lente vers la solution d'une équation différentielle (ordinaire ou stochastique) limite, on verra que la construction de schémas numériques de discrétisation temporelle qui préserve des versions de ce résultat peut être subtile. On montrera des exemples et

contre-exemples de schémas préservant l'asymptotique, et on montrera des estimations d'erreur dans certains cas.

Jean-Michel Coron. Stabilisation par le bord de systèmes hyperboliques 1-D.

Les systèmes hyperboliques en dimension un d'espace apparaissent dans diverses applications de la vie réelle (rivières navigables et canaux d'irrigation, échangeurs de chaleur, réacteurs chimiques, conduites de gaz, trafic routier, chromatographie, ...). Cet exposé se concentrera sur la stabilisation de ces systèmes au moyen de contrôles au bord. Des lois de rétroaction stabilisantes seront construites. Ceci inclut des lois de rétroaction explicites qui ont été implémentées pour la régulation des rivières La Sambre et La Meuse. L'exposé traitera également du cas où il existe des termes sources et du cas où l'on recherche une stabilisation en temps optimal.

Nicolas Curien. Sur la constante de Cheeger des graphes et surfaces hyperboliques

Nous présenterons quelques résultats classiques sur la constante isopérimétrique des graphes d -réguliers et leurs extensions récentes au cas des surfaces hyperboliques. Bien que les résultats soient "déterministes" les preuves, elles, sont probabilistes ! Basé sur des travaux en commun avec Thomas Budzinski et Bram Petri.

Anne-Sophie de Suzzoni. Remarques sur la propagation du chaos dans le contexte de la turbulence d'onde et application à la dynamique d'Euler incompressible.

Dans cet exposé, on présentera un résultat à propos de la propagation du chaos dans le contexte de la turbulence d'onde. On considère la solution d'une EDP hamiltonienne ayant pour coefficients de Fourier au temps 0 des gaussiennes indépendantes. On montrera que ces coefficients de Fourier restent asymptotiquement des gaussiennes indépendantes en temps ultérieur au sens où elles satisfont la formule de Wick. Le régime asymptotique vient du fait que l'on travaille dans un tore dont la taille tend vers l'infini. On appliquera ce résultat à l'équation d'Euler incompressible.

Isabelle Gallagher. De systèmes de particules vers la mécanique des fluides.

La question d'obtenir des équations de la mécanique des fluides à partir de systèmes déterministes de particules en interaction satisfaisant les équations de Newton, dans la limite où le nombre de particules tend vers l'infini, a été posée par Hilbert dans son sixième problème. Dans cet exposé nous présenterons quelques avancées dans la résolution de ce problème, notamment concernant la dérivation de l'équation de Boltzmann, qui est une étape intermédiaire dans le programme de Hilbert. Nous expliquerons ce faisant l'apparition de l'irréversibilité au niveau macroscopique, alors que les modèles microscopiques sous-jacents sont réversibles. Il s'agit de travaux en collaboration avec Thierry Bodineau, Laure Saint Raymond et Sergio Simonella.

Gaoyue Guo. Systemic risk: from "dictatorship" to "democracy"

Over the past decade, systemic risk in financial markets has drawn abundant attention and becomes a popular research topic. We consider an interconnected financial system of components, saying banks, that can default once their capital drops below some barrier. We adopt the framework of particle system and study the following questions:

1. How do defaults evolve with respect to time? Does the initial insolvency yield financial crisis?
2. What is the effect of equity injection?
3. What is the effect of mutual holding?

Kévin Le Balc'h. Inégalités d'observabilité pour des équations elliptiques avec potentiel en 2D; applications au contrôle.

Le but de l'exposé est de présenter de nouvelles estimations d'observabilité pour des équations elliptiques non homogènes posées sur un domaine Ω en 2D, avec observation sur un sous domaine ω . Plus précisément, pour un potentiel V borné à valeurs réelles, on démontre que le coût de l'observation de l'opérateur $-\Delta + V$ est de l'ordre de $\exp(\|V\|_\infty^{1/2+\epsilon})$. La méthode de preuve est inspirée d'un travail récent de Logunov, Malinnikova, Nadirashvili et Nazarov portant sur la conjecture de Landis. Je présenterai les trois grandes idées de la preuve : une construction de domaine perforé basée sur l'ensemble nodal de la solution pour se ramener à un domaine dont la constante de Poincaré est petite, une transformation quasi-conforme pour se ramener à une équation harmonique, et des estimations de Carleman conjuguées à des inégalités de Harnack. Enfin, je présenterai l'application de ces nouveaux résultats au contrôle d'équations elliptiques semi-linéaires, dans l'esprit des travaux de Fernandez-Cara et Zuazua concernant la contrôlabilité à zéro d'équations de la chaleur semi-linéaires. L'exposé sera basé sur un travail en commun avec Sylvain Ervedoza.

Marc Pegon. Un problème isopérimétrique avec compétition entre le périmètre classique et un périmètre non-local.

Dans cet exposé, je présenterai un problème isopérimétrique faisant intervenir la différence entre le périmètre classique et une énergie non-locale P_ϵ qui approche une fraction du périmètre lorsque ϵ tend vers 0. Ce problème est dérivé du modèle de Gamow pour le noyau atomique, où le potentiel non-local répulsif est suffisamment intégrable à l'infini, et le paramètre ϵ représente l'inverse de la masse du noyau. Je m'intéresserai en particulier à la question de l'existence et du comportement asymptotique des minimiseurs de grande masse pour ce problème. Je montrerai que le disque est l'unique minimiseur du problème en toute dimension, lorsque ϵ est suffisamment petit. Il s'agit de travaux en collaboration avec Michael Goldman et Benoît Merlet.

Laurent Pfeiffer. Generalized conditional gradient method for potential mean field games.

Mean field games (MFGs) are a class of problems modeling Nash equilibria for a very large number of small agents in evolution, interacting through coupling terms depending

on their distribution. We will consider an MFG model consisting of two coupled second-order PDEs, equivalent to the optimality conditions for an optimal control problem of the Fokker-Planck equation. We will investigate a numerical method, called fictitious play, in which the agents play at each iteration a “best-response”, corresponding to a predicted value of the coupling terms. We will show that this procedure is equivalent to the generalized conditional gradient method, which will allow us to establish convergence. Joint work with Pierre Lavigne (Institut Louis Bachelier).

Audrey Repetti. Minimizing nonconvex composite function with forward-backward algorithm.

In this presentation we will discuss a forward-backward-based algorithms to minimise a sum of a differentiable function and a nonsmooth function, both being possibly non-convex. We will focus on the challenging case where the nonsmooth function is a sum of non-convex functions, resulting from composition between a strictly increasing, concave, differentiable function and a convex nonsmooth function. The proposed algorithm circumvents the explicit, and often challenging, computation of the proximity operator of the composite functions through a majorize-minimize approach. Precisely, each composite function is majorised using a linear approximation of the differentiable function, which allows one to apply the proximity step only to the sum of the nonsmooth functions. We show that the proposed approach is a generalisation of reweighting methods, with convergence guarantees. In particular, applied to the log-sum function, our algorithm reduces to a generalised version of the celebrated reweighted-l1 method. Finally, we show through simulations on an image processing problem that the proposed method necessitates less iterations to converge and leads to better critical points compared with traditional reweighting methods and classic forward-backward algorithms.

Judith Rousseau. Bayesian nonparametric estimation of a density living near an unknown manifold.

In high dimensions it is common to assume that the data have a lower dimensional structure. In this work we consider that the observations are iid and with a distribution whose support is concentrated near a lower dimensional manifold. Neither the manifold nor the density is known. A typical example is for noisy observations on an unknown low dimensional manifold. We consider a family of Bayesian nonparametric density estimators based on location - scale Gaussian mixture priors and we study the asymptotic properties of the posterior distribution. Our work shows in particular that non conjugate location - scale Gaussian mixture models can adapt to complex geometries and spatially varying regularity. This talk will also review the various aspects of mixtures of Gaussian for density estimation.

Joint work with Clément Berenfeld (Dauphine) and Paul Rosa (Oxford).

Antonio Silvetti-Falls. Nonsmooth Implicit Differentiation for Machine Learning and Optimization.

We present a nonsmooth implicit function theorem with an operational calculus. Our result applies to most practical problems (i.e., semialgebraic/definable problems) provided that a nonsmooth form of the classical invertibility condition is fulfilled. This approach

allows for formal subdifferentiation: for instance, replacing derivatives by Clarke Jacobians in the usual differentiation formulas is fully justified for a wide class of nonsmooth problems. Moreover this calculus is entirely compatible with algorithmic differentiation (e.g., backpropagation), which currently underlies all modern deep learning methods. We discuss applications and pathologies when our hypotheses are violated.

Posters

Lukas Anzeletti. Stochastic differential equations with singular/distributional drift driven by (fractional) Brownian motion.

Rana Badreddine. On the Calogero-Sutherland DNLS equation on the Hardy space of the circle.

Adrien Beguinet. Error analysis in poroelasticity with random coefficients and numerical results.

Théo Belin. Régularité maximale L^p des solutions de la chaleur en domaine non-cylindrique.

El Mehdi Haress. A tamed Euler scheme for SDEs with distributional drift and fractional noise.

Pei Su. Contrôle d'un système de corps flottant.